

题解

顾昱洲

1 简单的树嵌入

对于每一条边 e 新建一维。 e 将树分成两部分，我们令其中一部分的结点在该维上为0，另一部分在该维上为1。本题复杂度要求很低，所以可以写Floyd，大概比DFS好写。

思考题：如果数据范围变大，应该如何写checker。

2 门集合分类

结论：总共有七类：(1) 由空集生成(2) 由AND生成(3) 由OR生成(4) 由AND和OR生成(单调函数) (5) 由NOT生成(6) 由XOR生成(7) 由NAND生成(全集)

其中的包含关系是：(4)包含(2)和(3)；(6)包含(5)；所有包含(1)；(7)包含所有。

我们知道门集合的等价类，及其上的包含关系，形成一个格(lattice)。所以对每一个给定的门集合，我们求出每个门所在的最小的等价类，然后取LCM即可。

求出每个门所在的最小的等价类是容易的。假设这个门有 k 个输入，那么我们枚举两个输入，然后枚举其他 $k-2$ 个输入的所有可能情况。这样我们得到 $2^{k-2} \binom{k}{2}$ 个有两个输入的门。对于每个，求出它们生成的等价类。然后取所有的LCM。

可以参考<http://www.scottaaronson.com/papers/gates.pdf> Theorem 81。(这个结果是简单的，不要被论文吓到。)

3 树堆

从下到上做。在每个结点 v 处求出一棵线段树，线段树的下标是一个权值 w ，值为：假如 v 上面有一个结点权值是 w ，那么那个点能在以 v 为根的子树中获得的最大结点数。

于是我们有两种操作：(1) 一个区间内加一个数(2) 多个线段树在每个(线段树的)结点处数值相加

这里可以使用线段树的合并。可以参考<http://www.docin.com/p-598829500.html>。复杂度 $O(n \log n)$ 。