

# hihoCoder挑战赛14 题解

清华大学 陈立杰

## Contents

1 赛车	2
2 向日葵	2
3 小精灵	2

## 1 赛车

首先答案可能是原来的最长路。那么就是对树跑一遍dfs之后的最大深度。

接下来不妨假设新加的边的起点是 $u$ ，那么考虑新加的边终点 $v$ ，注意到 $v$ 不能在根到 $u$ 的路径上，否则就会形成环。

令 $dep_u$ 表示点 $u$ 的深度， $down_u$ 表示点 $u$ 往下的最长路径，那么此时的新路径长度就是 $dep_u + 1 + down_v$ 。

那么我们只要对每个 $u$ 算出可行的 $down_v$ 的最大值就可以了。注意到这个最大值肯定来自于其某个祖先的不是它的祖先的孩子，在dfs的过程中维护即可。

## 2 向日葵

考虑如何计算答案，注意到如果凸包上的点按逆时针依次为 $p_1, p_2, \dots, p_k$ 。

那么凸包的面积就是：

$$A = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^k \det(p_i, p_{i+1}).$$

其中 $p_{k+1} = p_1$ ，并且 $\det$ 表示叉积。

由于期望的线性性，我们可以将上个式子拆成：

$$\mathbb{E}[A] = \sum_{p,q} \det(p, q) \cdot \Pr[\text{onHull}_{p,q}]$$

其中 $\Pr[\text{onHull}_{p,q}]$ 表示 $p \rightarrow q$ 作为凸包上的边(逆时针)的概率。

不妨考虑依次枚举两个维护不同对中的点 $p$ 和 $q$ 。因为没有三点共线，那么 $p \rightarrow q$ 作为凸包上的边当且仅当所有 $p \rightarrow q$ 右侧的点都没有选。那么考虑计算此情况下的概率。考虑其它 $n - 2$ 对点，如果两个点都在左侧，那么不需要考虑，如果都在右侧，那么 $p \rightarrow q$ 不可能出现在凸包上，如果一个在左侧一个在右侧，那么需要选择左侧的那个，也就是概率乘上 $1/2$ 。

注意到暴力计算是 $O(n^3)$ 的，观察上述计算，不妨先确定 $p$ 之后将其它所有点按照极角排序，那么通过扫描就能将上述算法优化成 $O(n^2 \log n)$ 了。

## 3 小精灵

考虑这 $N$ 个01串 $u_1, u_2, \dots, u_N$ ，不妨将他们看成 $\mathbb{F}_2$ 上的维数为40的向量。

考虑这 $N$ 个向量组成的矩阵 $A$ 。我们不妨通过高斯消元，将其化简成类似于样例中的形式

```
11000100101011100011010110001110111001101
0000001000010100010111000000110001100000
0000000000000001100101000001001101000011
```

