HihoCoder题解

WJMZBMR

Contents

1 Problem A.

这可以说是一个比较传统的问题。

首先我们可以先枚举T，然后计算权值$\leq T$的方案的数量。注意到权值$\leq T$相当于所有联通分量的大小都$\leq T$。

这实际上可以使用动态规划来计算，我们可以先枚举1所在的连通分量集合是什么，然后删掉这个集合后，问题就变成了一个子问题，就可以递归计算了。

不妨令S表示$1 \dots n$的一个子集，令dp_S表示原问题关于S的答案。不妨令a 是S中的一个元素，那么我们可以得到如下递归式子：

$$dp_S = \sum_{V \subset S,\ a \in V,\ |V| \leq T} dp_{S \setminus V} \cdot con_V.$$

其中con_V表示对于子集V有几种V内部的选边方式可以使得V中所有点联通。

然后考虑如何计算con_V，注意到我们可以用总共的图数量减去不连通的数量。假设$a \in V$，不连通的数量我们可以通过枚举a所在的联通分量是什么来计算。

总复杂度就是$O(n3^n)$。

2 Problem B.

这实际上是一个很简单的题目。

首先我们注意到，如果你选择了两个不互质的数a, b, 那么不妨把a换成$a/(a, b)$。显然LCM还是不变的。

这意味着存在一组最优解使得所有选择的数都两两互质。

那么我们不妨使用暴搜，首先我们注意到我们至少可以选择比n小的最大的k个质数来当做我们的初始解。

然后我们从大到小枚举是否使用，搜到x的时候，假如当前最优解是ans，当前LCM是w,如果还能选择t个，假如$wx^t \leq ans$, 那么显然已经无法得出更优的解了，就可以剪枝了。

3 Problem C.

Soltuion 1.

不妨考虑放宽条件，考虑计算路径上所有点都是x的倍数的路径数量。

这显然很容易，我们标记出所有是x的倍数的点，然后看一下每个这些点的联通块内有多少个点。

然后不妨令$C[x]$表示路径上所有点都是x的倍数的路径的数量。$G[x]$表示路径上所有点gcd为x的路径的数量。

那么容易得出$G[x] = C[x] \sum_{i=2}^{n/k} G[ix]$。

复杂度$O(n^{1.5})$。

Solution 2.

直接使用点分治暴力计算，合并也暴力合并，注意到到中心的路径上的gcd一定是中心这个点的约数，是很少的，所以复杂度并不是问题。

复杂度$O(n^{1.5}\log n)$。